

# **Astronomia observacional**

## **Extragalàctica – Anàlisi dinàmic d'un cúmul de galàxies**

Ruiz Dern, Laura  
Peña Pérez, Dídac  
Subirà Vallès, Montserrat  
Blanco Cuaresma, Sergi

## Taula de continguts

1 Objectius.....	3
2 Implementació.....	3
2.1 Requisits.....	3
2.2 Fitxers d'entrada.....	3
2.3 Execució.....	4
2.4 Fitxers de sortida.....	5
3 Resultats.....	5
3.1 Filtrat de dades inicials.....	5
3.2 Determinació de la distància al cúmul.....	6
3.3 Distàncies espacials.....	8
3.4 Baricentre, el·lipticitat i orientació.....	9
3.5 Segregacions espacials de galàxies.....	11
3.5.1 Segregació morfològica.....	11
3.5.2 Segregació de lluminositat.....	13
3.6 Perfils radials de densitat.....	13
3.7 Perfils radials de dispersió de velocitat.....	18
3.8 Funció de lluminositat.....	19
3.9 Massa del cúmul i raó M/L.....	22
4 Conclusions.....	24
5 Bibliografia.....	24

## **1 Objectius**

El principal objectiu de la pràctica és analitzar algunes característiques del cúmul de Virgo a partir d'un conjunt de dades inicials amb propietats de les galàxies que el formen (magnitud B, velocitats heliocèntriques, tipus morfològic,...).

## **2 Implementació**

Amb l'objectiu d'implementar una solució automatitzada pels diferents problemes plantejats a l'enunciat, s'ha desenvolupat un programa que realitza tots els càlculs necessaris.

### **2.1 Requisites**

Per tal de poder executar el programa, es requereix disposar d'un entorn GNU/Linux amb suport per a aplicacions desenvolupades amb el llenguatge de programació Ruby. Addicionalment, és necessari tenir instal·lada l'eina de càlcul matemàtic *Octave* amb el paquet *optim* (funcions pel càlcul de mínims quadrats) i el programa de generació de gràfics *gnuplot*.

La instal·lació dels programes requerits en un sistema Ubuntu GNU/Linux es pot portar a terme mitjançant l'execució de les següents comandes (requereix permisos d'administració):

```
apt-get install ruby  
apt-get install octave octave-optim  
apt-get install gnuplot
```

### **2.2 Fitxers d'entrada**

El programa requereix que existeixi el fitxer d'entrada *"input/VIRGODOS.txt"* que contindrà el conjunt de galàxies inicials amb les corresponents mesures:

1. Identificador
2. Ascensió recta (1950.0)
3. Declinació (1950.0)
4. Membre (Valors: 1 (sí); 2 (no); 3 (possible))

## Astronomia observacional – Extragalàctica – Anàlisi dinàmic d'un cúmul de galàxies

5. Tipus (Les desconegudes tenen valor U o ?)
6. Magnitud total en banda B
7. Diàmetre (arcmin)
8. Velocitat heliocèntrica
9. Error en la velocitat heliocèntrica

### **2.3 Execució**

El programa es troba compost pels següents fitxers:

1. “*process.rb*”: Programa principal escrit en *Ruby* a on es realitzen els càlculs i es fa la crida a subrutines externes (p.ex. generació de gràfiques, càlculs amb *Octave*, etc.).
2. “*generate\_histograms.plot*”: Generació de gràfics amb histogrames i perfils radials dissenyat per a ser executat per *gnuplot*.
3. “*eigenvectors.m*”: Càlcul dels vectors propis per a la determinació de l'orientació de l'el·lipse.
4. “*leastsquares\_radialprofiles.m*”: Ajustament per mínims quadrats de les funcions de lluminositat d'Abel. Dissenyat per a ser executat per *Octave*.
5. “*leastsquares\_AbelLuminosityFunc.m*”: Ajustament per mínims quadrats de les funcions de perfils radials de densitat i velocitat de dispersió. Dissenyat per a ser executat per *Octave*.
6. “*generate\_final\_galaxies\_and\_ellipsoid.plot*”: Generació de gràfics amb totes les galàxies representades respecte l'eix X i Y, així com obtenció de l'el·lipse calculada.

L'execució es pot portar a terme mitjançant:

```
ruby process.rb
```

Aquest procés s'encarrega de realitzar tots els càlculs i fer les crides externes corresponents a programes com *gnuplot* i *Octave*.

Els fitxers resultants es crearan al directori “*output*”.

### **2.4 Fitxers de sortida**

Els resultats són impresos per pantalla. No obstant, és possible guardar-los en un fitxer si el programa és executat mitjançant la comanda:

```
ruby process.rb > Resultats.txt
```

Conjuntament amb els resultats impresos, es generen gràfiques que són guardades al directori “*output*” en format PNG.

## **3 Resultats**

A continuació es presenta la solució implementada per cada tasca de la pràctica i els resultats obtinguts.

### **3.1 Filtrat de dades inicials**

Per tal de realitzar els càlculs sobre un conjunt de galàxies adient, s'ha realitzat una neteja de les dades en dos fases:

1. Galàxies que compleixen algunes de les següents condicions:
  - (a) No són membres del cúmul
  - (b) La velocitat heliocèntrica es troba a zero
  - (c) La magnitud aparent es troba a zero
  - (d) El tipus de galàxia és desconegut
2. Galàxies amb velocitats superiors o inferiors a tres vegades la desviació estàndard respecte a la velocitat mitja.

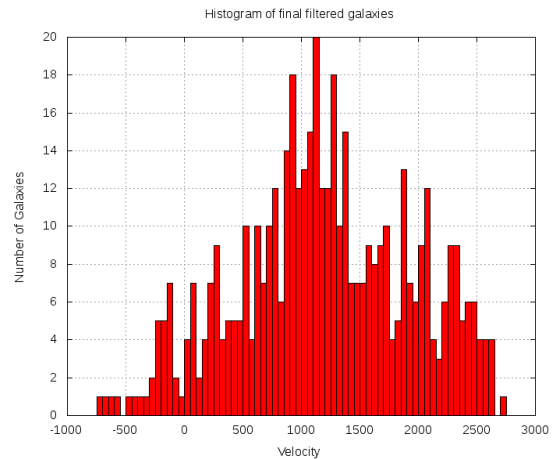
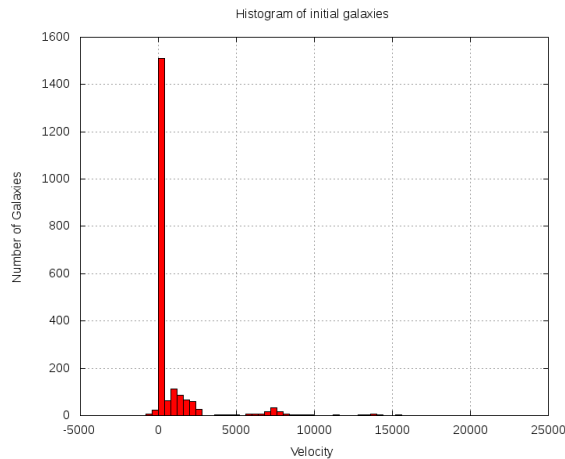
## **Astronomia observacional – Extragalàctica – Anàlisi dinàmic d'un cúmul de galàxies**

Els resultats són els següents:

<i>Estat</i>	<i>Velocitat mitja</i>	<i>Desviació estàndard</i>	<i>Nombre de galàxies</i>
Inicial	844.53 km/s	2306.11 km/s	2096
Fase 1	1196.69 km/s	740.68 km/s	474
Fase 2	1196.69 km/s	740.68 km/s	474

Cal destacar que la segona fase ja no filtra cap galàxia addicional, retornant el mateix conjunt que es disposava després de la fase 1. Per altra banda, es comprova que la velocitat heliocèntrica mitja obtinguda és relativament similar a la trobada per Ebeling et al. (1998)<sup>1</sup>, la qual correspon a 1079 km/s.

Finalment, s'adjunten els histogrames per a les dades inicials i les fases 1 i 2 (ambdues amb resultats equivalents):



### **3.2 Determinació de la distància al cúmul**

Per a determinar la distància al cúmul de Virgo s'aplica la llei de Hubble a on intervé la velocitat mitja per expansió i la constant de Hubble:

$$\langle v \rangle = H_0 d$$

---

<sup>1</sup> [http://adsabs.harvard.edu/cgi-bin/bib\\_query?1998MNRAS.301..881E](http://adsabs.harvard.edu/cgi-bin/bib_query?1998MNRAS.301..881E)

## **Astronomia observacional – Extragalàctica – Anàlisi dinàmic d'un cúmul de galàxies**

No obstant, les velocitats de cada galàxia especificades al fitxer d'entrada són heliocèntriques. En aquest sentit, es requereix extreure l'efecte del moviment propi de la Via Làctia per tal d'obtenir la velocitat de les galàxies, produïda fonamentalment per l'expansió de l'univers.

El procés implementat consta de les següents etapes:

1. Per a totes les galàxies, conversió de coordenades equatorials (ascensió recta  $\alpha$ , declinació  $\delta$ ) a galàctiques (latitud B, longitud L):

$$\sin(B) = \sin(\delta) \cdot \cos(62^\circ.6) - \cos(\delta) \cdot \sin(62^\circ.6) \cdot \sin(\alpha - 282^\circ.25)$$

$$\cos(B) \cdot \sin(L - 33^\circ.012) = \sin(\delta) \cdot \sin(62^\circ.6) + \cos(\delta) \cdot \cos(62^\circ.6) \cdot \sin(\alpha - 282^\circ.5)$$

$$\cos(B) \cdot \cos(L - 33^\circ.012) = \cos(\delta) \cdot \cos(\alpha - 282^\circ.85)$$

(a) Càlcul de la latitud B utilitzant la primera fórmula

(b) Mitjançant la segona i tercera fórmula, determinació de la longitud L.

(c) Es fa ús de la funció *atan2* per tal de resoldre ambigüitats de la longitud L, la qual ha de ser modificada en funció del signe del cosinus/sinus.

2. Correcció de velocitats tenint en compte que les coordenades galàctiques del sol són ( $l = 256^\circ$ ,  $b = 50^\circ$ ) i que la velocitat d'aquest respecte al CMB és de 360 km/s amb un error  $\pm 27$  km/s:

$$v = (360 \cos(L - 265(\pi/180)) \cos(B - 50(\pi/180))) + v_{helio}$$

$$v_{err} = \sqrt{(27^2 + v_{helio\ error}^2)}$$

3. Càlcul de la velocitat mitja.

4. Determinació de la distància segons la llei de Hubble.

$$\langle v \rangle = H_0 d$$

## **Astronomia observacional – Extragalàctica – Anàlisi dinàmic d'un cúmul de galàxies**

Els resultats obtinguts són els següents:

Paràmetre	Valor
Velocitat mitja (3K CMB)	$(1509 \pm 40)$ km/s
Distància	$(21.3 \pm 0.6)$ Mpc

Es comprova que les dades obtingudes per a la velocitat mitja del cúmul respecte al CMB i la distància són consistents amb els valors trobats per Fixsen et al. (1996)<sup>2</sup> corresponents a  $(1410 \pm 23)$  km/s i  $(19.9 \pm 1.4)$  Mpc respectivament.

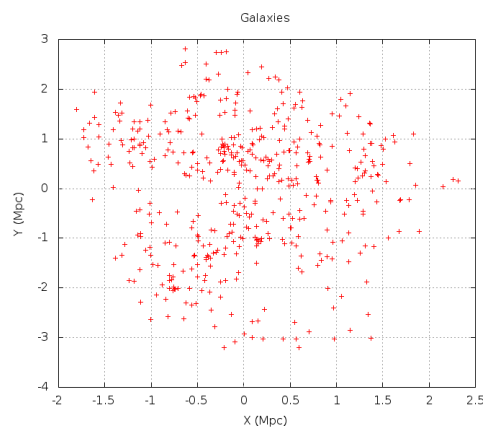
### **3.3 Distàncies espacials**

Prenent el centre del cúmul com a punt de referència (ascensió recta i declinació mitges) i la distància determinada a l'apartat anterior, es transformen les separacions angulars en megapàrsecs utilitzant l'aproximació per angles petits:

$$x = d_{\text{centre}} (\alpha_{\text{galàxia}} - \alpha_{\text{cúmul}})$$
$$y = d_{\text{centre}} (\delta_{\text{galàxia}} - \delta_{\text{cúmul}})$$

El centre resultant ( $x = 0$ ,  $y = 0$ ) es troba a ascensió recta  $\alpha = 12^{\text{h}}.42$  i declinació  $\delta = +11^{\circ}.08$  (B1950), relativament similar a l'obtingut per Binggeli et al. (1987)<sup>3</sup> que correspon a  $\alpha = 12^{\text{h}} 24^{\text{m}}$  i  $\delta = +13^{\circ}$ .

La representació de les coordenades obtingudes és la següent:



---

2 [http://adsabs.harvard.edu/cgi-bin/bib\\_query?1996ApJ...473..576F](http://adsabs.harvard.edu/cgi-bin/bib_query?1996ApJ...473..576F)

3 [http://adsabs.harvard.edu/cgi-bin/bib\\_query?1987AJ....94..251B](http://adsabs.harvard.edu/cgi-bin/bib_query?1987AJ....94..251B)



### **3.4 Baricentre, el·lipticitat i orientació**

El baricentre s'obté realitzant el promig de les distàncies espacials (X i Y) calculades a l'apartat anterior:

$$x_{baricentre} = \frac{1}{N} \sum_i^N x_i \quad ; \quad y_{baricentre} = \frac{1}{N} \sum_i^N y_i$$

Per altra banda, els moments centrats de segon ordre vénen determinats per la següent matriu:

$$\begin{pmatrix} a_{11}^2 & a_{12}^2 \\ a_{21}^2 & a_{22}^2 \end{pmatrix}$$

A on cada posició es calcula mitjançant la següent formulació:

$$a_{11}^2 = \frac{1}{N} \sum_i^N (x_i - x_{baricentre})^2 \quad ; \quad a_{12}^2 = \frac{1}{N} \sum_i^N (x_i - x_{baricentre})(y_i - y_{baricentre})$$
$$a_{12}^2 = a_{21}^2 = \frac{1}{N} \sum_i^N (x_i - x_{baricentre})(y_i - y_{baricentre})$$

Cal diagonalitzar la matriu anterior realitzant un gir que proporcionarà l'orientació en el sistema de referència cartesià i l'el·lipticitat. Una matriu es pot diagonalitzar quan és possible trobar:

$$\begin{pmatrix} a_{11}^2 & a_{12}^2 \\ a_{21}^2 & a_{22}^2 \end{pmatrix} = P \cdot D \cdot P^{-1}$$

A on P és una matriu invertible que té per vectors columna els vectors propis de la matriu inicial, i D és la matriu diagonal constituïda pels valors propis. Aquests es poden obtenir a partir de l'equació característica<sup>4</sup>:

$$\left| \begin{pmatrix} a_{11}^2 & a_{12}^2 \\ a_{21}^2 & a_{22}^2 \end{pmatrix} - \lambda I \right| = 0$$

A on I és la matriu identitat i  $\lambda$  el valor propi.

---

4 [http://en.wikipedia.org/wiki/Eigenvalue#Worked\\_example](http://en.wikipedia.org/wiki/Eigenvalue#Worked_example)

## **Astronomia observacional – Extragalàctica – Anàlisi dinàmic d'un cúmul de galàxies**

Per tant, els **valors propis**, que representen la magnitud dels eixos major i menor de l'el·lipsoide, es poden determinar mitjançant la resolució de l'equació:

$$\lambda_1 = \frac{(a_{11}^2 + a_{22}^2 + \sqrt{((a_{11}^2 + a_{22}^2)^2 - 4(a_{11}^2 a_{22}^2 - a_{12}^2 a_{21}^2))})}{2}$$
$$\lambda_2 = \frac{(a_{11}^2 + a_{22}^2 - \sqrt{((a_{11}^2 + a_{22}^2)^2 - 4(a_{11}^2 a_{22}^2 - a_{12}^2 a_{21}^2))})}{2}$$

El **grau d'el·lipticitat** es determina a partir dels valors propis trobats<sup>5</sup>:

$$El \cdot lipticitat = \sqrt{\frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1}}$$

Per altra banda, l'**orientació** ve determinada pels **vectors propis**, els quals representen l'eix major i menor de l'el·lipsoide i vénen donats per:

$$\begin{pmatrix} a_{11}^2 & a_{12}^2 \\ a_{21}^2 & a_{22}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \lambda_1 \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} a_{11}^2 & a_{12}^2 \\ a_{21}^2 & a_{22}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \lambda_2 \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

Aquests han estat calculats mitjançant l'entorn *Octave*, així com els **angles de rotació** dels eixos de l'el·lipsoide respecte a l'eix d'abscisses inicial.

Els resultats obtinguts són els següents:

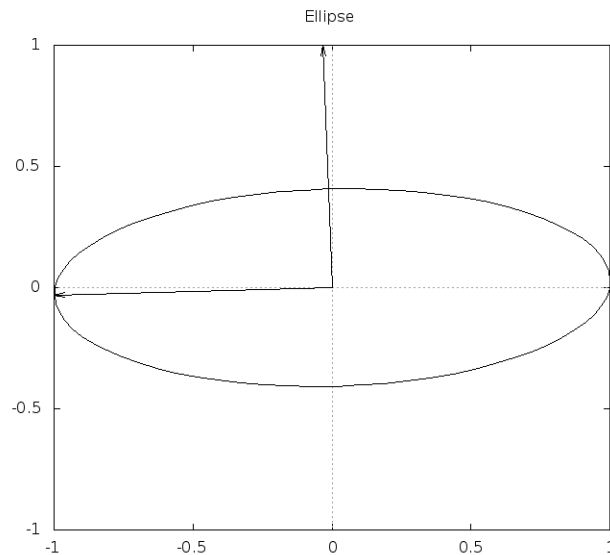
<i>Paràmetre</i>	<i>Valor</i>
Baricentre	$(-1.98 \cdot 10^{-14}, -1.71 \cdot 10^{-15})$ Mpc
Orientació respecte l'eix abscisses original	Rotació eix major i menor: 181°.81 i 91°.81
El·lipticitat	0.77

---

5 [http://en.wikipedia.org/wiki/Image\\_moment#Examples\\_2](http://en.wikipedia.org/wiki/Image_moment#Examples_2)

## **Astronomia observacional – Extragalàctica – Anàlisi dinàmic d'un cúmul de galàxies**

La representació gràfica de l'el·lipse és la següent:



Cal destacar que l'el·lipticitat és significativament elevada donat que el cúmul de Virgo és encara jove en comparació a altres (p.ex. Cúmul de Coma).

### **3.5 Segregacions espacials de galàxies**

La segregació espacial de la galàxies consisteix en la classificació d'aquestes en funció d'algun paràmetre característic. En aquest informe s'estudien dos tipus de segregacions: morfològiques i de lluminositat. En ambdós casos, l'anàlisi consisteix en l'avaluació dels indicadors estadístics següents:

$$\lambda^{+1} = \frac{1}{N} \sum_i^N r_i \quad \text{i} \quad \lambda^{-1} = \frac{1}{N} \sum_i^N r_i^{-1}$$

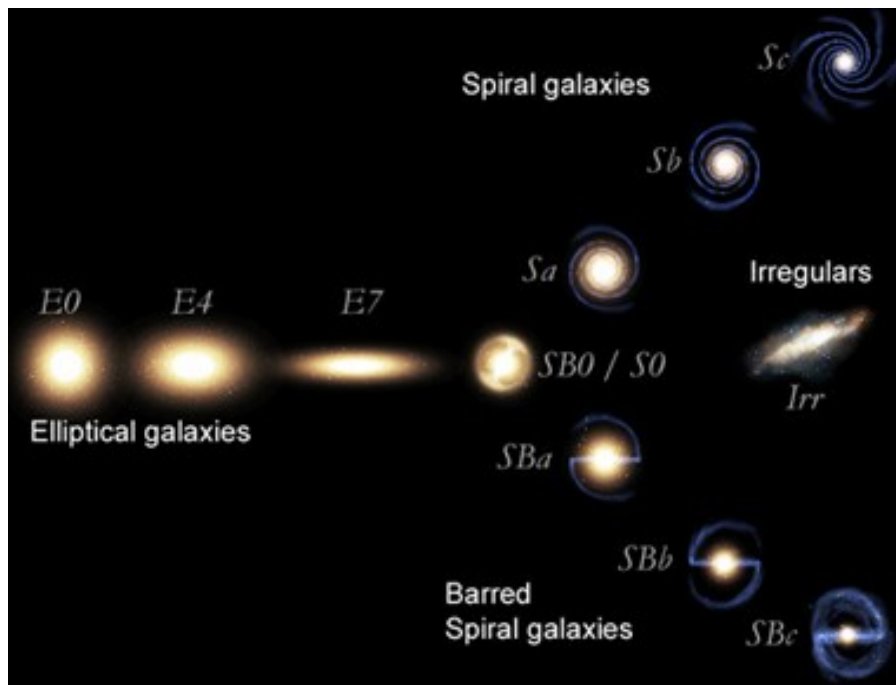
## Astronomia observacional – Extragalàctica – Anàlisi dinàmic d'un cúmul de galàxies

### 3.5.1 Segregació morfològica

Es divideixen les galàxies en dos grups: el·líptiques (E, dE, S0 i dS0), i espirals i irregulars (Sa, Sb,... i I) i es calculen els indicadors per cadascun. El paràmetre  $r_i$  correspon al mòdul de la distància de cada galàxia. El seu valor s'extreu a partir de les coordenades X i Y determinades en el punt 3.3. Els resultats obtinguts són els següents:

<i>Tipus</i>	<i># galàxies</i>	$\lambda^{+1}$	$\lambda^{-1}$
El·líptiques	199	1.248	1.119
Espirals i Irregulars	275	1.520	0.917

Com més gran és el valor de  $\lambda^{+1}$  i més petit el de  $\lambda^{-1}$ , la concentració de galàxies és més elevada. Segons la distribució de Hubble de les galàxies, les denominades primerenques (principi de la seqüència) corresponen al grup d'el·líptiques i lenticulars (S0), mentre que les tardanes (final de la seqüència) fan referència a les espirals i irregulars. Les primeres estan formades per estrelles velles i pobres en metalls, mentre que les segones mantenen un alt índex de formació estel·lar.



## **Astronomia observacional – Extragalàctica – Anàlisi dinàmic d'un cúmul de galàxies**

Pels valors obtinguts amb les dades analitzades del cúmul de Virgo, s'observa que hi ha una concentració de galàxies el·líptiques i lenticulars més elevada que no pas d'espirals i irregulars. Tot i així, els indicadors de cada tipus no són molt diferents, pel que la proporció entre ambdós resulta equilibrada.

Efectivament, es comprova de la bibliografia<sup>6</sup> que el cúmul de Virgo, pel fet de ser un cúmul irregular, comprèn tots els tipus de galàxies. Les de tipus el·líptic es troben més al centre (motiu pel qual la concentració és més elevada), mentre que les espirals estan més radialment repartides però n'hi ha més quantitat (fet que provoca l'augment de l'índex de concentració d'aquestes).

### **3.5.2 Segregació de lluminositat**

En aquest cas es divideixen les galàxies en funció de la magnitud. S'ha calculat la magnitud mitja i s'han fet dos grups:  $m > 14.087$  i  $m < 14.087$ . Els resultats obtinguts són els següents:

<b>Tipus</b>	<b># galàxies</b>	<b><math>\lambda^{+1}</math></b>	<b><math>\lambda^{-1}</math></b>
$m > 14.087$	258	1.355	1.054
$m < 14.087$	216	1.467	0.940

Igual que en el cas anterior, com més gran és el valor de  $\lambda^{+1}$  i més petit el de  $\lambda^{-1}$ , la concentració de galàxies és més elevada.

La lluminositat d'una galàxia ve determinada per la seva magnitud: com més brillant més petita és aquesta, i viceversa. Com els indicadors depenen directament de la distància al centre de cada galàxia, permeten determinar si la concentració de les brillants augmenta en disminuir el radi o no.

Segons els valors obtinguts, s'observa que, efectivament, les galàxies més brillants estan més concentrades, és a dir, n'hi ha més quantitat al centre que a la perifèria. De fet, tres de les quatre galàxies més brillants del cúmul de Virgo són unes el·líptiques gegants que dominen el centre d'aquest, amb diàmetres de l'ordre de la distància entre la Via Làctia i Andròmeda: M84, M86 i M87<sup>7</sup>. No obstant, en termes generals la segregació per lluminositat no és significativa.

---

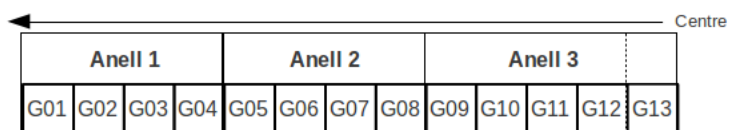
6. [http://www.astro.ugto.mx/cursos/astrofisicaII/AstrofisicaII\\_Parte\\_II/capitulo\\_9](http://www.astro.ugto.mx/cursos/astrofisicaII/AstrofisicaII_Parte_II/capitulo_9)

7. [http://www.astro.ugto.mx/cursos/astrofisicaII/AstrofisicaII\\_Parte\\_II/capitulo\\_9](http://www.astro.ugto.mx/cursos/astrofisicaII/AstrofisicaII_Parte_II/capitulo_9)

### 3.6 Perfils radials de densitat

Per tal d'obtenir el perfil radial de densitat del cúmul, o el que és el mateix, la densitat en funció del radi, es descompon aquest en anells concèntrics respecte al baricentre. El mètode utilitzat per tal de que cada anell contingui un nombre similar de galàxies és el següent:

1. La informació de cada galàxia s'emmagatzema en un vector.
2. S'ordena el vector segons la distància al baricentre.
3. Es divideix el vector en 10 segments iguals, de forma que tots tenen el mateix nombre de galàxies excepte el més proper al centre que contindrà algunes addicionals (donat que el nombre de galàxies total no és perfectament divisible per 10). A mode d'exemple explicatiu, s'inclou una representació visual d'un vector de Galàxies (13 en total) ordenat per la distància al centre i dividit en 3 segments:



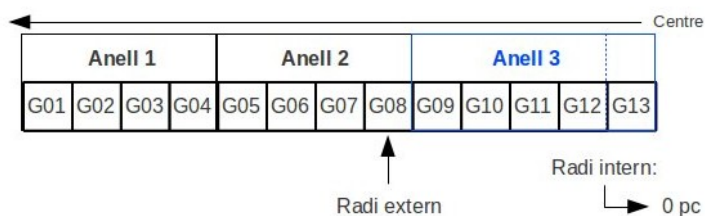
4. Cada segment representarà un anell i es determinaran els seus radis exterior i interior en funció de les galàxies als extrems. Segons el cas, el criteri varia lleugerament:

#### 4.1. Anell més exterior:

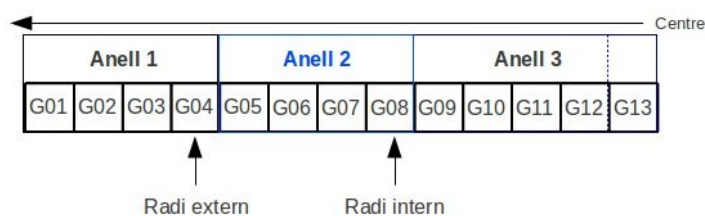


## Astronomia observacional – Extragalàctica – Anàlisi dinàmic d'un cúmul de galàxies

### 4.2. Anell més interior:



### 4.3. Resta d'anells:



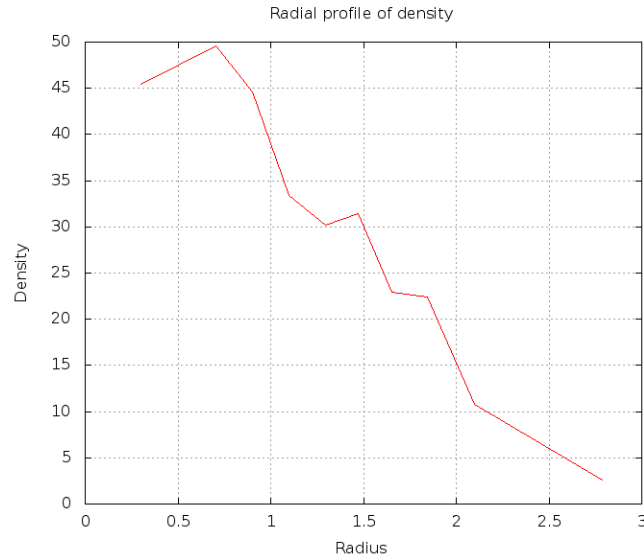
Els anells obtinguts mitjançant l'aplicació d'aquest mètode són els següents:

<i>Anell</i>	<i>Radi exterior (Mpc)</i>	<i>Radi central (Mpc)</i>	<i>Radi interior (Mpc)</i>	<i>Àrea (Mpc<sup>2</sup>)</i>	<i># Galàxies</i>
10	3.31	2.78	2.26	18.33	47
9	2.26	2.1	1.93	4.35	47
8	1.93	1.84	1.75	2.1	47
7	1.75	1.65	1.55	2.05	47
6	1.55	1.47	1.39	1.5	47
5	1.39	1.3	1.2	1.56	47
4	1.2	1.1	1	1.41	47
3	1	0.9	0.81	1.05	47
2	0.81	0.7	0.6	0.95	47
1	0.6	0.3	0	1.12	51

## Astronomia observacional – Extragalàctica – Anàlisi dinàmic d'un cúmul de galàxies

A partir del nombre de galàxies  $(N_i)$  i la superfície de cada anell  $(S_i = \pi R_{\text{extern}}^2 - \pi R_{\text{intern}}^2)$ , s'ha calculat la densitat corresponent  $\sigma_i = \frac{N_i}{S_i}$  amb el seu error  $\epsilon_{\sigma_i} = \frac{\sqrt{N_i}}{S_i}$ :

Anell	Radi central (Mpc)	Densitat (#/Mpc <sup>2</sup> )
10	2.78	2.6 ± 0.4
9	2.1	11 ± 2
8	1.84	22 ± 3
7	1.65	23 ± 3
6	1.47	31 ± 5
5	1.3	30 ± 4
4	1.1	33 ± 5
3	0.9	45 ± 7
2	0.7	50 ± 7
1	0.3	45 ± 6



Finalment, en base al perfil de King modificat:

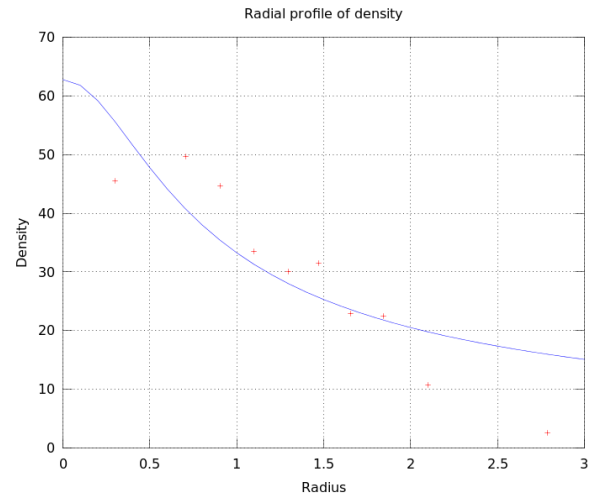
$$\sigma(r) = \sigma_0 \left[ 1 + \left( \frac{r}{r_0} \right)^2 \right]^{-\alpha} ; \quad \sigma_0 = \sigma(0)$$

S'ha utilitzat l'eina *Octave* per fer un **ajust no lineal**, considerant com a paràmetres  $\sigma_0$ ,  $\alpha$  i  $r_0$  però limitant els possibles valors d'aquest últim al rang  $[0.1, 0.5]$  Mpc. Els resultats obtinguts són els següents:



## Astronomia observacional – Extragalàctica – Anàlisi dinàmic d'un cúmul de galàxies

Paràmetre	Valor	Desviació estàndard
$\sigma_0$	62.778 #/Mpc <sup>2</sup>	18.99 #/Mpc <sup>2</sup>
$\alpha$	0.39472	0.29
$r_0$	0.5 Mpc	0.62 Mpc

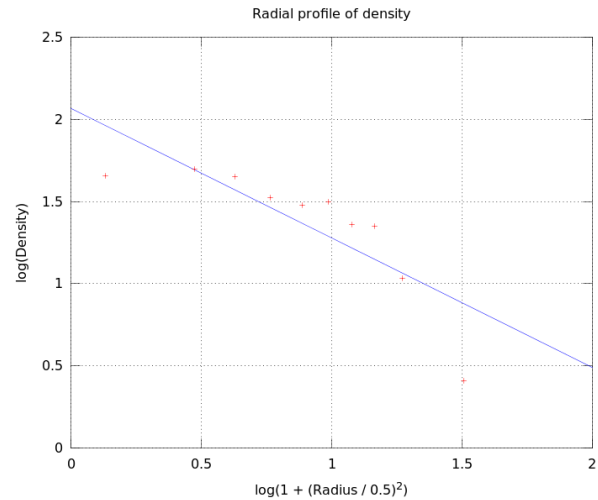


Per tal de validar els resultats i evitar les incerteses dels ajustaments no lineals, s'ha realitzat també un **ajust lineal** transformant l'equació mitjançant logaritmes i considerant  $r_0=0.5$  :

$$\log_{10}(\sigma(r)) = \log_{10}(\sigma_0) - \alpha \log_{10} \left[ 1 + \left( \frac{r}{r_0} \right)^2 \right]$$

Per a aquest cas, s'obté:

Paràmetre	Valor	Desviació estàndard
$\log_{10}(\sigma_0)$	2.0669	0.79
$\alpha$	0.78876	0.19



Es comprova que ambdós resultats són equivalents donat que, per exemple, si s'avaluen les equacions resultants pel punt  $r=1$  s'obtenen  $\sigma(r)$  molt similars:

$$\sigma(r) = 62.778 \left[ 1 + \left( \frac{r}{0.5} \right)^2 \right]^{-0.39472}$$

$$\rightarrow \sigma(1) = 33.259$$

## **Astronomia observacional – Extragalàctica – Anàlisi dinàmic d'un cúmul de galàxies**

$$\log_{10}(\sigma(r)) = 2.0669 - 0.78876 \log_{10} \left[ 1 + \left( \frac{r}{0.5} \right)^2 \right] \rightarrow \log_{10}(\sigma(1)) = 1.5156$$
$$\rightarrow \sigma(1) = 32.779$$

Per tant, es consideren vàlids tant el resultat de l'ajustament lineal com el del no lineal.

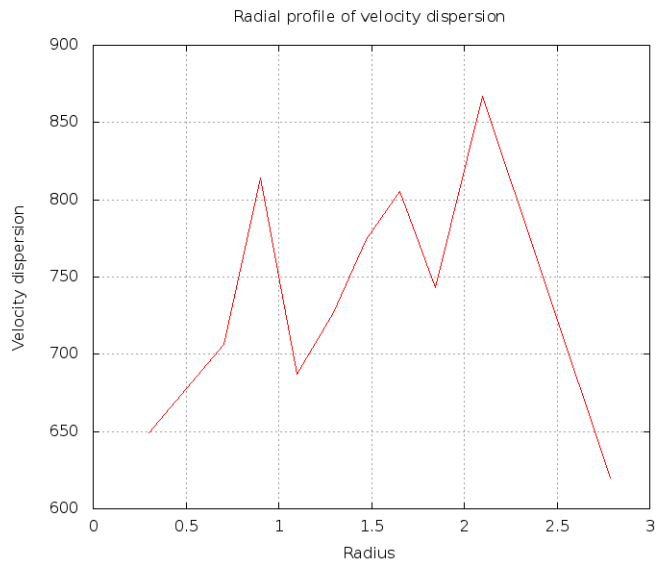
### **3.7 Perfils radials de dispersió de velocitat**

Per a la composició del perfil radial de dispersió de velocitat, es parteix de la mateixa subdivisió d'anells explicats a l'apartat anterior. Per cadascun d'ells, es calcula la velocitat de dispersió:

$$w_i = \left[ \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} (v_j - \langle v \rangle)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \text{ amb error } \epsilon_{w_i} = \frac{w_i}{\sqrt{2 N_i}}$$

Els resultats obtinguts són els següents:

<b>Anell</b>	<b>Radi central (Mpc)</b>	<b>Vel. de dispersió (km/s)</b>
10	2.78	620 ± 64
9	2.1	867 ± 89
8	1.84	743 ± 77
7	1.65	805 ± 83
6	1.47	774 ± 80
5	1.3	727 ± 75
4	1.1	687 ± 71
3	0.9	814 ± 84
2	0.7	706 ± 73
1	0.3	649 ± 64

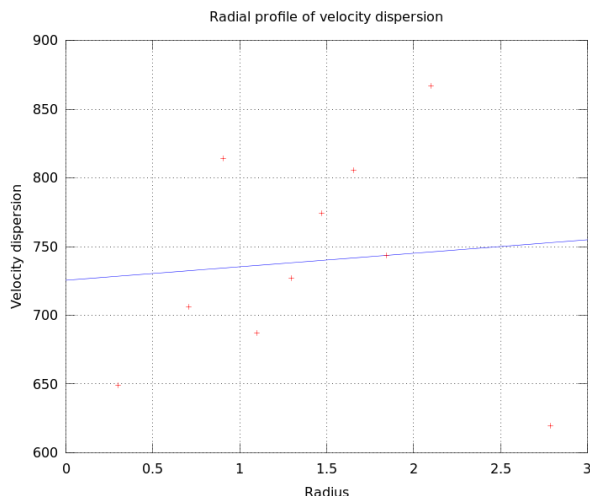


## Astronomia observacional – Extragalàctica – Anàlisi dinàmic d'un cúmul de galàxies

Finalment, s'ha utilitzat l'eina *Octave* per fer un **ajust lineal** de la funció  $w(r) = a + br$ , obtenint com a valors resultants:

Paràmetre	Valor	Desviació estàndard
$a$	725.51 km/s	59.24 km/s
$b$	9.8201 s <sup>-1</sup>	37.65 s <sup>-1</sup>

L'ajust permet validar que  $w(r)$  es podria aproximar a una constant. No obstant les desviacions estàndards són significatives.



### 3.8 Funció de lluminositat

Amb l'objectiu de realitzar l'ajust per mínims quadrats de la funció de lluminositat en la forma d'Abel, s'ha aplicat el següent mètode:

1. La informació de cada galàxia s'emmagatzema en un vector i es calcula la magnitud aparent en el visual aplicant:

$$V = B - \text{Color}(B - V)$$

on la magnitud aparent a la banda B s'obté del fitxer d'entrada i el color B-V depèn del tipus de galàxia (relació extreta d'un article de la Universitat de Tufts<sup>8</sup>):

Tipus de galàxia	Color B-V
E i dE	0.95
B, dS, S, S0, dS0, S0a, Sa i Sab	0.65
Sb i Sbc	0.55
Sc, Scd i Sd	0.4
Sm, Sdm, I i Im	0.3

2. S'ordena el vector segons la magnitud aparent en el visual.

---

<sup>8</sup> <http://cosmos.phy.tufts.edu/~zirbel/ast21/pdf/Lecture15-sm.pdf>

## **Astronomia observacional – Extragalàctica – Anàlisi dinàmic d'un cúmul de galàxies**

3. Es calcula la magnitud teòrica a on es produeix una variació significativa del ritme de creixement del nombre de galàxies (*magnitud d'encreuament*):

$$M_{v, break} = -21.2 + 5 \log_{10} \left( \frac{H_0}{50} \right)$$
$$V_{break} = (M_{v, break}) + 5 \log_{10} (d_{pc})$$

A on la constant de Hubble és  $H_0 = 71$  i la distància correspon a la calculada a la secció 3.2.

4. A continuació, considerant la magnitud més forta i la més feble, es divideix el vector en 20 grups de galàxies. Per al posterior anàlisi, es guarden per separat els següents casos:

4.1 Grups de galàxies amb una magnitud visual aparent inferior a  $V_{break}$

4.2 Grups de galàxies amb una magnitud visual aparent superior a  $V_{break}$ .  
Per tenir en compte el biaix de Malmquist<sup>9</sup> es descarten els grups de galàxies més febles.

5. Finalment es porta a terme l'ajust per mínims quadrats de la funció de lluminositat en la forma d'Abel:

$$\begin{aligned} \log(N(\leq V)) &= k_1 + s_1 \cdot V & \text{si } V \leq V_{break} \\ \log(N(\leq V)) &= k_2 + s_2 \cdot V & \text{si } V > V_{break} \end{aligned}$$

6. Cal destacar que l'últim conjunt de grups de galàxies no es té en compte alhora de fer l'ajust donat que distorsionaria els resultats.

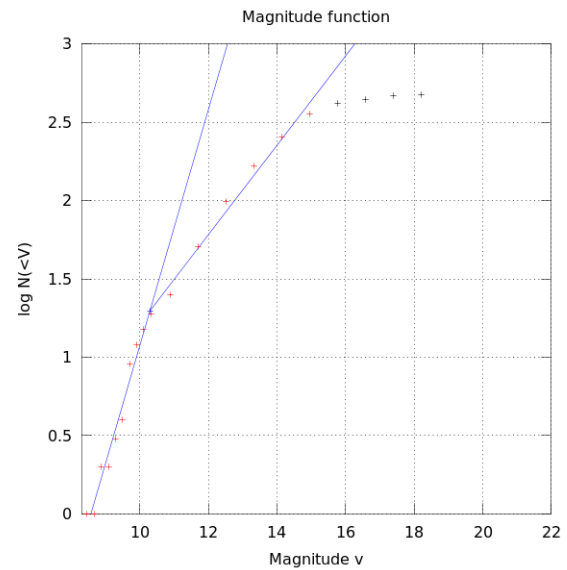
---

<sup>9</sup> [http://ca.wikipedia.org/wiki/Biaix\\_de\\_Malmquist](http://ca.wikipedia.org/wiki/Biaix_de_Malmquist)

## Astronomia observacional – Extragalàctica – Anàlisi dinàmic d'un cúmul de galàxies

El resultat obtingut és el següent:

Paràmetre	Valor	Desviació estàndard
$k_1$	-6.4569	0.41
$s_1$	$0.75294 \text{ mag}^{-1}$	$0.04 \text{ mag}^{-1}$
$k_2$	-1.6414	0.26
$s_2$	$0.28524 \text{ mag}^{-1}$	$0.02 \text{ mag}^{-1}$



Aquests paràmetres permeten comprovar que la *magnitud d'encreuament* teòrica calculada prèviament i la que correspon directament a les dades observacionals són similars:

Encreuament	Magnitud aparent	Log N(<)
Teòric	10.44	1.34
Observacional	10.3	1.3

Finalment, per tal de representar la **funció de lluminositat**, es calcula per cada galàxia la magnitud absoluta en la banda B tenint en compte la distància calculada a la secció 3.2, i es transforma a lluminositats solars:

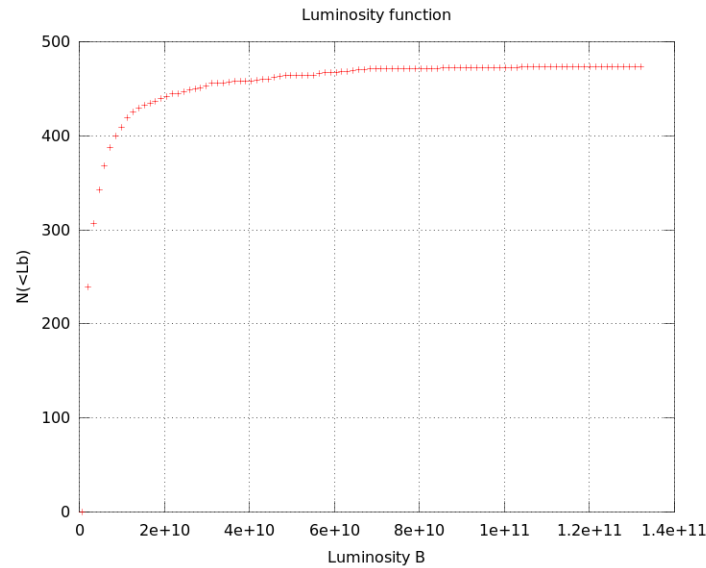
$$M_B = B - 5 \log_{10}(d_{pc})$$

$$\frac{L_B}{L_{B,sol}} = 10^{\frac{1}{2.5}(M_{B,sol} - M_B)}$$

A on la magnitud absoluta del sol a la banda B és  $M_{B,sol} = 5.48$ .

## Astronomia observacional – Extragalàctica – Anàlisi dinàmic d'un cúmul de galàxies

La representació resultant és la següent:



### 3.9 Massa del cúmul i raó M/L

Considerant que el cúmul de Virgo es troba relaxat, llavors és possible aplicar el teorema del virial:

$$2T + V = 0$$

Suposant que la raó M/L és la mateixa per a totes les galàxies, l'energia cinètica i la potencial es poden representar referenciant la massa en funció de la lluminositat gràcies a aquest quocient:

$$T = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N m_j (v_j - \langle v \rangle)^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{M}{L} \right)^2 \sum_{j=1}^N L_j (v_j - \langle v \rangle)^2$$
$$V = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{i < j}^N G \frac{m_j m_i}{r_{ij}} = -\frac{1}{2} \left( \frac{M}{L} \right)^2 \sum_{i=1}^N \sum_{i < j}^N G \frac{L_j L_i}{r_{ij}}$$

A on  $v_j$  és el vector velocitat de la galàxia,  $\langle v \rangle$  el vector velocitat mig del cúmul i  $r_{ji}$  el vector distància entre dues galàxies.

Donat que no té per què existir una correlació entre la lluminositat i la velocitat (relaxació

## **Astronomia observacional – Extragalàctica – Anàlisi dinàmic d'un cúmul de galàxies**

violenta), com tampoc entre la lluminositat i la posició (la segregació en lluminositat és menyspreable, com s'ha vist a l'apartat 3.5.2), aquests valors es poden extreure del sumatori:

$$T = \frac{1}{2} \left( \frac{M}{L} \right)^2 \left( \sum_{j=1}^N L_j \right) \left( v_j - \langle v \rangle \right)^2$$

$$V = -\frac{1}{2} \left( \frac{M}{L} \right) \left( \sum_{i=1}^N \sum_{i < j}^N G L_j L_i \right) \left\langle \frac{1}{r_{ij}} \right\rangle$$

Els valors típics de les expressions anteriors:

$$T = \frac{1}{2} \left( \frac{M}{L} \right)^2 \left( \sum_{j=1}^N L_j \right) 3 \omega^2$$

$$V = -\frac{1}{2} \left( \frac{M}{L} \right) \left( \sum_{i=1}^N \sum_{i < j}^N G L_j L_i \right) \frac{2}{\pi} \left\langle \frac{1}{|r_{ij}|} \right\rangle$$

A on  $\omega$  és la velocitat de dispersió mitja del cúmul en la línia de visió i  $|r_{ij}|$  la distància entre dues galàxies.

Aplicant les equacions anteriors al teorema del virial, es pot deduir que la raó M/L correspon a la següent formulació:

$$\left\langle \frac{1}{r_{harmonic}} \right\rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{j < i}^N [(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2]^{-1/2}$$

$$\frac{M}{L_B} = \frac{(3 \pi \omega^2)}{(2 G r_{harmonic})} \left[ \frac{\sum_{i=1}^N L_i}{\sum_{i=1}^N \sum_{j < i}^N L_i L_j} \right]$$

A on la constant gravitacional és  $G = 6.67428 \times 10^{-11}$

La relació massa – lluminositat resultant és de 148.18, en línia amb els resultats de la bibliografia<sup>10</sup>.

---

10 Fouqué P. et al (2001). *Structure, mass and distance of the Virgo cluster from a Tolman-Bondi model*.

## **4 Conclusions**

Tal i com s'exposa en cadascun dels apartats anteriors, s'han comparat els resultats amb les dades trobades a la bibliografia actual per tots els càlculs a on ha estat possible.

En termes generals, els valors obtinguts es troben dins d'uns rangs coherents segons els estudis científics consultats, els quals es poden trobar a la bibliografia annexa.

## **5 Bibliografia**

- T.B. Austin et al (1974). *Studies of rich clusters of Galaxies – III. Photometry of the Cluster A1930 and the  $m^* - z$  relation*. Department of astrophysics, South parks Road, Oxford.
- *Astrophysics lecture 14 “Galaxies III”, section “Mass and Luminosity Functions”*. Obtingut de la Universitat de Sydney:  
[www.physics.usyd.edu.au/~kuncic/lectures/Astrop\\_lec14.pdf](http://www.physics.usyd.edu.au/~kuncic/lectures/Astrop_lec14.pdf).
- *Mass Estimators in Astrophysics*. Obtingut de la Universitat de Harvard:  
<https://www.cfa.harvard.edu/~dfabricant/huchra/seminar/virgo/mass.ppt>
- *The Virgo Cluster*. Obtingut de la Universitat de Harvard:  
[www.cfa.harvard.edu/~huchra/seminar/virgo](http://www.cfa.harvard.edu/~huchra/seminar/virgo)
- Craig L. Sarazin. *X-ray Emission from Clusters of Galaxies, section Luminosity function of galaxies*. Obtingut de la Universitat de Virgina:  
[http://nedwww.ipac.caltech.edu/level5/March02/Sarazin/Sarazin2\\_4.html](http://nedwww.ipac.caltech.edu/level5/March02/Sarazin/Sarazin2_4.html)
- Morfologia de Galàxies. Curs d'astrofísica de la Universitat de Guanajuato (Mèxic):  
[http://www.astro.ugto.mx/cursos/astrofisicaII/AstrofisicaII\\_Parte\\_II/capitulo\\_5/cap\\_5\\_do\\_cs/Subcap5\\_2/Espirales.htm](http://www.astro.ugto.mx/cursos/astrofisicaII/AstrofisicaII_Parte_II/capitulo_5/cap_5_do_cs/Subcap5_2/Espirales.htm)
- Cúmul de Virgo. Curs d'astrofísica de la Universitat de Guanajuato (Mèxic):



## **Astronomia observacional – Extragalàctica – Anàlisi dinàmic d'un cúmul de galàxies**

[http://www.astro.ugto.mx/cursos/astrofisicaII/AstrofisicaII\\_Parte\\_II/capitulo\\_9/cap\\_9\\_docs/Subcap9\\_4/D\\_E\\_cumulos.htm](http://www.astro.ugto.mx/cursos/astrofisicaII/AstrofisicaII_Parte_II/capitulo_9/cap_9_docs/Subcap9_4/D_E_cumulos.htm)

- *Properties of Elliptical and Spirals*. Obtingut de la Universitat de Tufts:

<http://cosmos.phy.tufts.edu/~zirbel/ast21/pdf/Lecture15-sm.pdf>

- Fouqué P. et al (2001). Structure, mass and distance of the Virgo cluster from a Tolman-Bondi model .

<http://arxiv.org/abs/astro-ph/0106261>

- Binggeli et al (1987). Studies of the Virgo cluster. VI - Morphological and kinematical structure of the Virgo cluster.

[http://adsabs.harvard.edu/cgi-bin/bib\\_query?1987AJ.....94..251B](http://adsabs.harvard.edu/cgi-bin/bib_query?1987AJ.....94..251B)

- Ebeling et al. (1998). The ROSAT Brightest Cluster Sample - I. The compilation of the sample and the cluster log N-log S distribution.

[http://adsabs.harvard.edu/cgi-bin/bib\\_query?1998MNRAS.301..881E](http://adsabs.harvard.edu/cgi-bin/bib_query?1998MNRAS.301..881E)

- Fixsen et al. (1996). The Cosmic Microwave Background Spectrum from the Full COBE FIRAS Data Set.

[http://adsabs.harvard.edu/cgi-bin/bib\\_query?1996ApJ...473..576F](http://adsabs.harvard.edu/cgi-bin/bib_query?1996ApJ...473..576F)

- Nasa/IPac Extragalactic Database

<http://nedwww.ipac.caltech.edu/>

- Base de dades SIMBAD

<http://simbad.u-strasbg.fr/simbad/>

- Software:

- Ruby

<http://www.ruby-lang.org/en/>

- Octave amb el paquet 'optim'

<http://www.gnu.org/software/octave/> | <http://octave.sourceforge.net/optim/index.html>

## **Astronomia observacional – Extragalàctica – Anàlisi dinàmic d'un cúmul de galàxies**

- Gnuplot  
<http://www.gnuplot.info/>